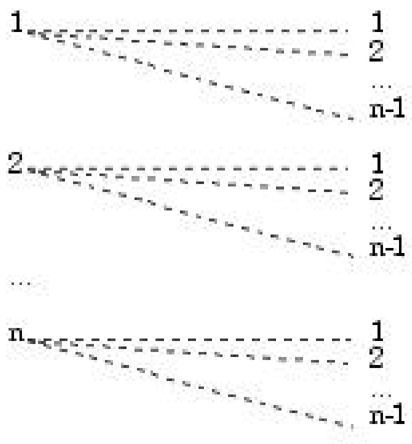
Enmiendas a la Ley de Metcalfe

Juan Manuel Larrosa
jlarrosa@criba.edu.ar
Universidad Nacional del Sur

Primera edición
Diciembre 2000

1. Introducción

La ley de Metcalfe es un criterio, más que una ley, para la valuación de redes. La misma toma en cuenta la cantidad de usuarios que una red posee así como la valuación subjetiva de cada individuo por pertenecer a dicha red. Si cada usuario valora positivamente el hecho de que existan otros usuarios conectados a la red, entonces ello redundará en un valor multiplicativo por el número usuarios existentes (exceptuándose a si mismo). El esquema siguiente da cuenta de dicho esquema de valoración.



El usuario asigna valor a la presencia de otros usuarios hasta *n-1* usuarios. De este modo, si denominamos p al valor dado por cada usuario para integrar la red, n al número de usuarios conectados a la misma, la red deberá tener el valor V_{red} que contemple la relación

$$V_{red} = p \cdot [n(n-1)] \qquad [1.1]$$

Esta fórmula puede desarrollarse de la siguiente manera:

$$V_{red} = p \cdot \left[n^2 - n\right] = pn^2 - pn \qquad [1.2]$$

Con lo que queda establecido que, bajo este criterio, el valor de una red depende en gran medida del exponencial segundo del número de usuarios conectados a la misma (*ceteris paribus* el valor de asignación p). Ahora bien, ¿por qué se valora la presencia de otros usuarios? Básicamente se puede resumir por las externalidades presentes en la red:

i) el efecto accesibilidad, y

ii) efecto economías de escala.

En el primer caso, los usuarios valoran las redes más numerosas porque tienen mayor cantidad de puntos de acceso a la misma. En el segundo caso, las redes más numerosas permiten el intercambio de información más diversa y a menor costo que en redes más pequeñas.

Este ensayo pretende explorar los efectos y el alcance del esquema de Metcalfe para la valoración de redes así como otras propuestas complementarias realizadas por otros aportes recientes.

2. Los límites de la ley de Metcalfe

El esquema de valoración propuesto posee muchos supuestos que, una vez relajados, pueden mostrar otras facetas en la valoración de redes. En ese sentido se pueden anticipar conclusiones respecto a que redes pequeñas pero más altamente valoradas podrán competir con redes más extendidas y de menor valor. Asimismo, la disminución de valor por dividir a la red en vez de mantenerla grande deja una pérdida por peso muerto de gran costo social. A su vez, la ley de Metcalfe se asienta en el supuesto de valoración lineal interpersonal entre los usuarios. Ello da lugar a algunos resultados poco intuitivos, como el de la paradoja de Varian. Removiendo este supuesto de linealidad se puede llegar a determinar un tamaño de red óptimo usando la formulación de Kling.

2.1 Una enmienda personal: el valor de p subjetivo variable

El valor p asignado a la valoración de la red puede tener diferentes niveles dado que es subjetivo[1]. De este modo, puede ocurrir que exista un valor $p_1 > p_0$ tal que se cumpla que

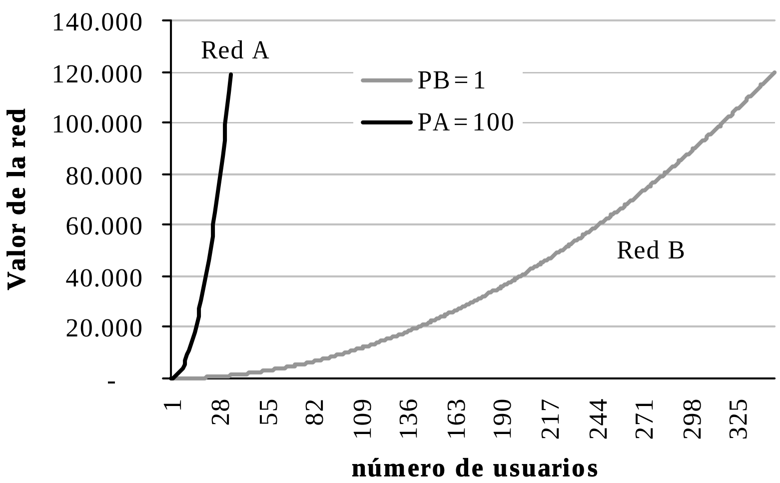
$$V_{red} = p_0[n_i(n_i-1)] = p_1[n_j(n_j-1)] \qquad [2.1.1]$$

$$\text{siendo } n_i > n_j$$

Estas diferentes valoraciones pueden hacer que usuarios, guiados por sus propias expectativas y preferencias, valoren más pertenecer a una red más cara que pertenecer a una red más numerosa pero menos valorada por ellos mismos. Este brinda alguna explicación a la razón de que exista incentivos por ingresar en clubes de elite (yachting club ó golf club) ó actividades de gran prestigio social y diferencialmente caras. Ellos asignan un gran valor p a pertenecer a estos clubes ó asociaciones, por lo tanto se requiere de menor cantidad de miembros en esta red para que alcance su masa crítica[2]. En el caso de Internet, puede pensarse en los portales con información financiera en tiempo real, los cuales resultan caros para el usuario promedio pero pueden mantener la masa crítica de su red con el pequeño de usuarios de alto poder adquisitivo.

Un ejemplo numérico ilustra esta situación. Tenemos dos redes: A y B. La primera es altamente valorada ($P_A = 100$) mientras que la segunda tiene un valor mucho menor ($P_B = 1$). Sin embargo ambas llegan a la misma valoración individual de red, pero la red A sólo necesita 35 miembros para ello mientras que la red B requiere 346 miembros. Ello se ilustra en el Gráfico1. Es decir, la valoración de la red debe tener en cuenta el precio subjetivo asignado a la misma.

Gráfico 1. Dos redes, un mismo valor y muchos usuarios de diferencia



¿Qué tipo de red es Internet? ¿Es una red cara (tipo A) ó una red barata (tipo B)? Las cifras de crecimiento de la red muestran un comportamiento más cercano al de B. Obsérvese el crecimiento exponencial de año en año en el Gráfico 2. De todos modos la ley de Metcalfe recae en dos supuestos implícitos:

1) Cada usuario agrega valor a la red (ó al menos su contribución es igual a la contribución marginal por usuario).

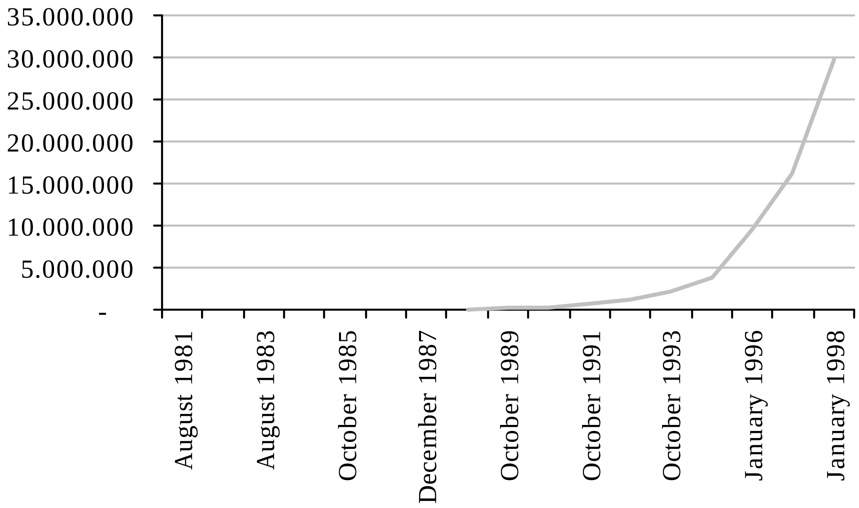
2) La habilidad para comunicarse entre los usuarios no es afectada por el ingreso de nuevos usuarios.

---

[1] Así lo definen Shapiro y Varian (1999, página 184) "... If the value of single user to a network is $1 for each other user on the network, then a network of size 10 has a total value of roughly $100."

[2] Para la profundización en esquemas de formación de estas redes sociales puede consultarse a Annen (2000). Asimismo, el clásico de Veblen (1934) resulta una amalgama interesante para comprender de forma más profunda algunas de las razones sociológicas de estos comportamientos en redes sociales.

Gráfico 2. Cantidad de usuarios (*hosts*) conectados a Internet



Fuente: Coffman y Odlyzko (1998)

¿Son estos supuestos lo suficientemente sólidos en la realidad? A continuación se repasarán algunas cuestiones críticas de este enfoque.

2.2 ¿Más usuarios, más información?

Windrum y Swann (1999) estudian el esquema de Metcalfe pero enfocan el caso específico de las visitas a los portales de Internet. Es decir, si los usuarios ingresan a la red para requerir información y lo que se valora es ello, es improbable que cada nuevo ingreso de usuario agregue información adicional a la red. Por el contrario, muy probablemente exista información redundante. Es decir, los nuevos usuarios utilizarán los recursos pero no aportarán nueva información, con lo que se afectaría el efecto economías de escala. Pero también afectaría el efecto de acceso. Ello porque aparecen problemas de congestión según sea mayor cantidad de usuarios los que entren a la red[3]. A mayor congestión, menor comunicación e intercambio de información. Tomando en cuenta este parámetro, entonces, la ley de Metcalfe se desvirtúa. Llegado a cierto número umbral de usuarios, lo que aporta cada nuevo usuario conectado es negativo.

2.3 Todo lo que sube tiene que bajar (a la misma velocidad)

[3] En Larrosa (2000) se describen algunas propuestas teóricas para descongestionar la red a través de la utilización de mecanismos de precios internos.

Coffman y Odlyzko (1998) describen con abundante evidencia empírica la fiebre del crecimiento de la Internet. Entre las conclusiones más interesantes se puede resumir que las proyecciones de entrada de nuevos usuarios junto a las necesidades de ancho de banda necesarias para nuevas tecnologías (voz e imagen sobre Internet, por ejemplo) comparados con el crecimiento esperado de la infraestructura hacen prever un probable colapso de la red hacia 2004. Como todo en la Internet, si aumenta lo hace en forma exponencial, y si baja lo hace también en forma exponencial. Entonces, los nuevos usuarios ¿harán más valiosa a la Internet?.

Nielsen (1999) ya planteaba problemas respecto a actitudes comerciales de ciertos portales que hacían disminuir el valor de la red. Por ejemplo, *America Online* que no dejaba usar servicios propios (como *AOL Instant Messenger*) a grandes empresas comerciales de la red, como *Microsoft* ó *Yahoo*. Otro ejemplo más llamativo lo daba *Universal Studios* que combatía a quienes querían ligar (establecer un link) sus páginas comerciales y personales con los portales de películas de reciente estreno. Es decir, la misma conducta de las empresas dificulta la accesibilidad total a toda la red. Ahora, ¿qué pasa si estas conductas comerciales se llevan a un extremo? Es decir si se subdivide una red muy grande en pequeñas redes aisladas. Nielsen propone que si se parte una red muy grande en N componentes, considerando $p = 1$, entonces el valor de esa subred será (siguiendo con la ley de Metcalfe) de

$$V_{subred} = \frac{1}{N \cdot (N-1)} = \frac{1}{N^2 - N} \qquad [2.3.1]$$

Existiendo *N* subredes en la partición, nos queda

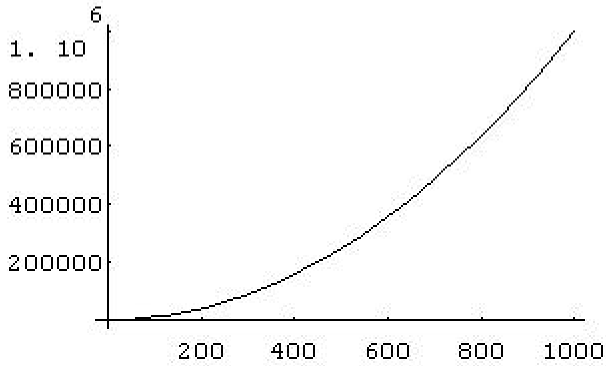
$$V_{N\,subredes} = \frac{N}{N^2 - N} = \frac{1}{N-1} \qquad [2.3.2]$$

Es decir, se pierde casi la inversa del valor de la red original al dividirla en N subredes más pequeñas. Aquí claramente se observa que cuando crece la red, los efectos de retroalimentación impulsan en forma cuadrática su valoración, pero la partición de la misma la afecta en tantas veces éstas se haya fraccionado. Es decir de una red que vale n^2 nos quedamos una suma de redes que en total valen *1/n*. Nótese que de aquí se puede derivar el valor de la externalidad de red como la diferencia del valor de una red enteramente conectada con el valor de todas las subredes aisladas:

$$V_{ext} = n^2 - \frac{1}{n} \qquad [2.3.3]$$

Lo cual representa la diferencia entre una función cuadrática creciente y una curva exponencial decreciente de orden 1. El diferencial es una cuadrática más suave que el primer exponente de la ecuación como se observa en el Gráfico 3, lo que nos habla nuevamente de los factores de retroalimentación positiva vigentes en las economías de red. Si se divide la red, el valor de la externalidad puede considerarse una pérdida por peso muerto (nadie se apropia de ella).

Gráfico 3. Valor de la externalidad según aumenta el número de usuarios



2.4 Estrategias de interconexión y la paradoja de Varian

Varian (1999) plantea otra estrategia de valoración de redes. Utilizando el esquema de Metcalfe, describe una estrategia que puede llevar a crear subredes pero sólo temporalmente. Como ya se mencionó, el valor de las redes crece por la presencia de externalidades de red, es decir que el valor de un bien crece a medida que existen más usuarios del mismo. Para ello, en el caso de las redes de intercomunicación, se requiere que exista una interconexión abierta para las mismas. Es decir, que sea relativamente fácil para los usuarios acceder a los servicios de la red. A medida que más se interconecten, mayor valor tendrá esta infraestructura.

Ahora bien, también habrá mayores incentivos para quiénes deseen dividir sus redes para luego venderlas individualmente a un precio mayor. Si en el período t la red vale n y en $t+1$ vale n^2, yo puedo mantener dividida mi red en t y luego venderla al precio mayor en $t+1$ (una especie de arbitraje). Como describe Varian, si la torta crece todos tendrán mayores beneficios, pero también serán más valiosas las *amenazas* de falta de conectividad. Aquí entra en juego el comportamiento estratégico de los agentes. Una comparación de los beneficios de esta estrategia puede verse a continuación. Supongamos que tenemos dos redes A y B valoradas por la ley de Metcalfe, tal como se presentó en el punto 2.1. Supongamos también que ahora existe un precio uniforme $p_A = p_B = 1$ y la red B > red A. Si ambas desean interconectarse ¿cómo cambiará el valor de las mismas? Algebraicamente sería

$$\Delta V_A = n_1 \cdot (n_1 + n_2) - n_1^2 = n_1^2 + n_1 n_2 - n_1^2 = n_1 n_2 \qquad [2.4.1]$$

$$\Delta V_B = n_2 \cdot (n_1 + n_2) - n_2^2 = n_2^2 + n_1 n_2 - n_2^2 = n_1 n_2$$

Es decir, la interconexión voluntaria lleva a que ambas redes obtengan el mismo beneficio. Pero la red B era mucho más grande que la red A. En ese sentido, los usuarios de la red A debieron ganar mucho más de la interconexión que los de la B, quienes sólo agregaron unos pocos usuarios a su ya numerosa red. Ello muestra, por un lado, porque son comunes los acuerdos de interconexión gratuitos dentro de la red pero deja algún punto de duda por la contrariedad de la deducción, tema que se aclarará en la siguiente sección. De todos modos, ambos ganan bajo este acuerdo, y las ganancias son repartidas igualitariamente dentro de redes de tamaño diferente. Resulta una paradoja que *todos* quieran acuerdos de conexión gratuita pero quienes más ganen, en realidad, sean los usuarios de redes más pequeñas.

Se puede enfrentar esta paradoja con el ejemplo de una compra de red, en vez de una interconexión gratuita. Supongamos que la red A compra por su valor individual a la red B, en vez de fijar un acuerdo de interconexión libre. Entonces, algebraicamente quedaría:

$$\Delta V_{A+B} = (n_1 + n_2)^2 - n_1^2 - n_2^2 = n_1^2 + 2n_1 n_2 + n_1^2 - n_1^2 - n_2^2 = 2n_1 n_2 \qquad [2.4.2]$$

Es decir, comprando la red A obtendría el doble de valor que acordando un acuerdo de interconexión gratuita. Es por ello que se hace valiosa la amenaza de interconexión. Ello provoca que la red más pequeña deba ser comprada ó fusionada con la más grande, lo que redunda en mayores beneficiosos para ésta. Según sea más grande el poder de negociación de la red, mayor será la amenaza de no conectividad.

2.5 La enmienda Kling

Kling (1999) refuta el modelo de Varian anteriormente expuesto. Suponer la vigencia de la ley de Metcalfe implica suponer que el valor que uno le da a la otra gente en la red se puede modelar como una función lineal. Es decir, si yo entro en un chat determinado, yo valoro a cada uno de los que están en dicho salón en este momento, y todos valoran del mismo modo mi asistencia y la presencia de los otros. Sin embargo, está claro que todos no podemos ponernos a charlar con todos; la falta de entendimiento ante dicho evento quedaría más allá de la capacidad de retención y procesamiento de nuestro cerebro. Ello provocaría pérdidas de utilidad. Entonces, al parecer, no valoramos la presencia de otros asignando valores iguales (linealmente).

Cuando consideramos valoraciones lineales ocurre la paradoja descrita por Varian en el punto anterior. Es decir, la adquisición de una red más pequeña por una más grande da la misma ganancia a ambos, cuando en realidad la más beneficiada ha sido la red pequeña. Pongamos un ejemplo numérico, como lo sugiere Kling: la red A tiene 36 usuarios y la red B tiene 64 usuarios. La valoración individual por la ley de Metcalfe siendo $p_0 = p_1 = 1$, sería :

$$V_{\text{Red A}} = 36*(36\text{-}1) = 1.260$$

$$V_{\text{Red B}} = 64*(64\text{-}1) = 4.032$$

Uniendo ambas redes y por [2.4.1] obtenemos que las redes A y B dentro de la nueva red (A + B) valdrían:

$$V_{\text{A}}^{A+B} = 36*(100\text{-}1) = 3.564$$

$$V_{\text{B}}^{A+B} = 64*(100\text{-}1) = 6.336$$

Obsérvese que ambas ganaron por su ingreso lo mismo dado que

$$V^{A+B}{}_{\text{A}} - V_{\text{Red A}} = V^{A+B}{}_{\text{B}} - V_{\text{Red B}} = 3.564 - 1.260 = 6.336 - 4.032 = 2.304$$

Es decir, no importa el tamaño de tu red, ambas ganarán lo mismo por la fusión. Sin embargo la red A creció en valor más de un 180% con respecto al original mientras que la red B sólo lo hizo en casi un 60%. Nuevamente, y como era de esperar, volvemos a la paradoja de Varian. Ahora podemos cambiar los supuestos para realizar un ejemplo más intuitivo. Kling propone romper con el esquema de valoración lineal y sugiere algún esquema con rendimientos decrecientes, por ejemplo una función logística. Para simplificar, supongamos que los usuarios de una red valoran a la raíz cuadrada del número de usuarios de la red. Rescribamos los ejemplos anteriores:

$$V_{\text{Red A}} = 36*(\sqrt{36} - 1) = 180$$
$$V_{\text{Red B}} = 64*(\sqrt{64} - 1) = 448$$

Uniendo nuevamente ambas redes y por [2.4.1] obtenemos que las redes A y B dentro de la nueva red (A + B) valdrían

$$V^{A+B}{}_{\text{A}} = 36*(\sqrt{100} - 1) = 324$$
$$V^{A+B}{}_{\text{B}} = 64*(\sqrt{100} - 1) = 576$$

Obsérvese que ahora las ganancias son diferentes dado que:

$$V^{A+B}{}_{\text{A}} - V_{\text{Red A}} = 324 - 180 = 144$$
$$V^{A+B}{}_{\text{B}} - V_{\text{Red B}} = 576 - 448 = 128$$

Este resultado se ajusta más a la intuición. Ahora quien gana más por la interconexión es la red pequeña A. Entonces, a partir de esta pequeña evidencia, se podría reformar la ley de Metcalfe teniendo en cuenta esta relación decreciente de valoración por los nuevos ingresantes a la red. Asimismo, esta convexidad agregada al modelo permitiría deducir un tamaño de red finito.

2.6 Tamaño óptimo de red

Kling (1999) plantea el modelo básico de valoración de Metcalfe del siguiente modo. Consideremos la red i con n_i usuarios y definamos A_{i} como el grado de monetización que se ha obtenido por el desarrollo de la red (definición de Kling)[4]. Suponiendo costo fijo C_{i} para la red, y aceptando como una simplificación en el álgebra, lo que no quita validez a los resultados finales, que solo consideremos al cuadrado de los usuarios (n_{i} x n_{i}), entonces habría que maximizar la función [2.6.1] para averiguar que tamaño de red sería el óptimo:

$$V_i = A_i \cdot [n_i(n_i)] - C_i \qquad [2.6.1]$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial n_i} = \frac{\partial\left(A_i \cdot \left[n_i^2\right] - C_i\right)}{\partial n_i} = \frac{\partial\left(A_i n_i^2 - C_i\right)}{\partial n_i} = 2A_i n_i = 0$$

con lo que nos queda que $n_i = 0$. Ello no representa un resultado que pueda decir mucho acerca del tamaño de la red. En un mundo de rendimientos crecientes no hay límite superior.

Ahora, supongamos que los usuarios valoran decrecientemente la presencia de nuevos ingresantes a la red. Es decir, los costos son crecientes según aumente el número de usuarios. Entonces sumamos el componente de costo variable B_i y la función quedaría así[5]:

$$V_i = A_i \cdot [n_i(n_i)] - C_i - B_i[n_i(n_i)(n_i)] \qquad [2.6.2]$$

$$V_i = A_i \cdot \left[n_i^2\right] - C_i - B_i\left[n_i^3\right] = A_i n_i^2 - C_i - B_i n_i^3$$

ahora veremos como ello afecta al tamaño de la red. Derivando [2.6.2] con respecto a n_i nos queda:

$$\frac{\partial V_i}{\partial n_i} = \frac{\partial\left(2A_i n_i - 3B_i n_i^2\right)}{\partial n_i} = 2A_i - 3B_i n_i = 0$$

$$n_i = \frac{2A_i}{3B_i}$$

Aquí el tamaño de la red depende directamente del doble del grado de monetización que se haya logrado de la red e inversamente del triple de los costos variables por hacer entrar nuevos usuarios a la red. Supongamos que $A_i = 1$, es decir que logramos hacer valer a cada usuario conectado a la red, y $B_i = 0.00125$, es decir que cada nuevo usuario nos cuesta 0,125 centavos, el tamaño óptimo de esa red sería de 563 individuos. En realidad, debiera contemplarse a B_i como una función fractal, con valores cercanos a cero cuando la red no encuentre congestión y saltos a valores positivos altos cuando el número de usuarios de la

[4] Esto difiere del valor p analizado en el punto 2.1. Allí, p refiere a un valor que un usuario le asigna a la presencia de otros mientras que aquí, A_i representa cuanto están dispuestos a pagar otros agentes por cada usuario que se posee en la red.

red fuese tan grande que la congestión empeorara las posibilidades de conexión de todos (que es en ese punto en donde empezaría la región de desutilidad por el ingreso de nuevos usuarios).

3. Conclusiones

La valoración de redes de interconexión resulta un tema apasionante. El esfuerzo inicial de Metcalfe es completamente válido en tanto la red posea ciertas dimensiones. Una vez que ésta crece deben considerarse restricciones a la utilidad de los ya conectados por el ingreso de nuevos adherentes. En general los procesos lineales no explican bien el comportamiento de estructuras sujetas a externalidades de redes. Las variables crecen ó decrecen exponencialmente. Las pérdidas por no dejar expandir la interconexión a la red son pérdidas sociales que deben tenerse en cuenta. Asimismo, la desutilidad provocada por la excesiva expansión de una red en relación con la calidad del servicio (congestión) hace disminuir el valor de la red para los usuarios. Entonces, un criterio de determinación del tamaño óptimo de red debe considerar tanto la valoración por los nuevos ingresantes como los costos que ello genera a los demás usuarios.

Referencias

ANNEN, Kurt (2000), "Social Capital Governance and Membership Assignment in Social Networks", IVth Annual Meeting of the International Society for New Institutional Economics, Tuebingen, Alemania, Septiembre 21-23.

COFFMAN, Kerry G. y Andrew ODLYZKO (1998), "The Size and Growth Rate of Internet", *First Monday*; [http://www.firstmonday.dk/issues/issue3_10/coffman/]

KLING, Arnold (1999), "The Last Inch in the Metcalfe's Law", manuscrito; [http://www.home.us.net/~arnoldsk/aimstindex.html]

LARROSA, Juan M. (2000), "Determinación de precios para servicios en Internet. Enfoques basados en teoría económica", Anales de la XXXV Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, Córdoba, 13 al 15 de Noviembre; [http://www.aaep.org.ar/espa/anales/pdf_00/larrosa.pdf]

METCALFE, Robert (1995), "Metcalfe's Law", *InfoWorld*, 2nd October; [http://www.infoworld.com]

NIELSEN, Jakob (1999), "Metcalfe's Law in Reverse", *Alertbox*, July 25; [http://www.alertbox.com]

SHAPIRO, Carl and Hal VARIAN (1999), <u>INFORMATION RULES</u>, Harvard University Press, Cambridge, Massachussets.

[5] Kling (1999) define a B_i como "the cost of getting from eyeball to the brain—the last inch—increases as a function of the number of people that connect to your network".

VARIAN, Hal (1999), "Market Structure in the Network Age", manuscrito, University of California at Berkeley; [http://info.berkeley.edu/~hal/Papers/doc/doc.html]

VEBLEN, Thorstein (1934), THE THEORY OF THE LEISURE CLASS, The Modern Library, New York.

WINDRUM, Paul and G. M. Peter SWANN (1999), "Networks, Noise, and Web Navigation: Sustaining Metcalfe's Law through Technological Innovation", manuscript, University of Maastricht, January.