1	2	3	4	5	Calificación

Apellido y Nombre: No. de libreta:

Álgebra II

Primer Cuatrimestre - Recuperatorio del segundo parcial - 14/08/2020

1. Sea R un anillo semisimple. Probar que la intersección de todos los ideales maximales a izquierda de R es trivial.

2. Sea M un A-módulo proyectivo.

(a) Probar que existen conjuntos $\{m_i\}_{i\in I} \subseteq M$ y $\{\varphi_i\}_{i\in I} \subseteq \mathrm{Hom}_A(M, A)$ tales que para todo $m \in M$ se tiene

- El conjunto $\{i : \varphi_i(m) \neq 0\}$ es finito.
- $m = \sum_{i\in I} \varphi_i(m)m_i$.

(b) Probar que, en tal caso, el conjunto $\{m_i\}_{i\in I}$ es una base de M si y solo si $\varphi_i(m_j) = \delta_{i,j}$ para todo par $i, j \in I$.

3. Sean R un dominio de ideales principales y P un R-módulo proyectivo finitamente generado. Probar que P es libre.

4. Hallar la forma normal de Smith de la siguiente matriz con coeficientes en $\mathbb{Q}[x]$

$$\begin{pmatrix} -4x^3 + 26x^2 - 28x + 4 & 3x - 3 & -2x^3 + 13x^2 - 17x + 6 \\ -2x^3 + 12x^2 - 14x + 3 & x - 1 & -x^3 + 6x^2 - 8x + 3 \\ 4x^3 - 24x^2 + 24x - 2 & -3x + 3 & 2x^3 - 12x^2 + 15x - 5 \end{pmatrix}$$